Reduksi Derau Gaussian Pada Citra Objek Astronomi Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular

Guntara Hambali - 13523114[1,2]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]13523114@std.stei.itb.ac.id, [2]guntarahambali3@gmail.com

***Abstrak*—Citra Objek Astronomi merupakan hal yang sangat penting dalam pengamatan. Akan tetapi, seringkali citra yang dihasilkan tampak kabur akibat banyaknya derau yang mengganggu. Oleh karena itu, dibutuhkan reduksi derau agar citra objek astronomi berkualitas lebih baik dan dapat dengan jelas diamati. Salah satu teknik yang dapat diterapkan adalah dekomposisi nilai singular pada matriks citra objek astronomi. Matriks hasil dekomposisi (matriks singular atau Σ) memiliki peran penting dalam reduksi derau tersebut. Penelitian ini akan berusaha memisahkan sinyal dan derau dengan mengaplikasikan konsep dekomposisi nilai singular.**

***Keywords*—Sinyal, Derau Gaussian, Dekomposisi Nilai Singular.**

I. PENDAHULUAN

Penangkapan citra merupakan tonggak utama dalam observasi astronomi. Sejak dahulu kala, para astronom menggunakan teleskop untuk mengamati dan mendapatkan citra dari suatu objek astronomi. Walaupun saat ini sudah banyak pengamatan yang dilakukan dengan menangkap sinyal lain selain citra (sinyal radio, inframerah, ataupun gelombang kosmik), pencitraan masih memiliki peran penting terutama untuk memvisualisasikan hasil temuan objek astronomi baru.

Seiring dengan berjalannya waktu, instrumen astronomi semakin kompleks dari sekadar teleskop. Contohnya *Charged Coupling Device* (CCD) ataupun *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS). Akan tetapi, alat tersebut memiliki beberapa kekurangan. Di antaranya adalah fluktuasi acak yang terjadi pada detektor (khususnya CCD) dan juga efek termal. Kekurangan ini bisa berakibat pada citra objek astronomi yang terdistorsi oleh derau (*noise*). Derau ini adalah sinyal yang tak diinginkan sehingga dapat mengganggu objek yang sedang diamati. Pada penelitian ini, akan difokuskan reduksi derau akibat kekurangan dari perangkat atau instrumentasi. Derau tersebut memiliki distribusi yang khas dan akan dijelaskan lebih lanjut dalam bagian dasar teori.

Oleh karena itu, diperlukan suatu teknik untuk memisahkan derau dari citra objek astronomi tersebut. Salah satu caranya adalah dengan menerapkan dekomposisi nilai singular (*Singular Value Decomposition*). Citra objek astronomi dapat direpresentasikan sebagai matriks. Matriks tersebut akan diolah dengan cara memecahnya menjadi beberapa matriks lagi (dekomposisi). Dengan metode ini, diharapkan derau dapat ter-dekomposisi dengan baik sehingga citra tanpa derau bisa dihasilkan secara optimum.

II. DASAR TEORI

A. Sinyal dan Derau

Sinyal dalam pengamatan astronomi merupakan data utama yang diharapkan dalam pengamatan. Sinyal tersebut biasanya berasal dari berbagai macam objek astronomi dengan segala ciri khas dan spektrumnya—radio, inframerah, ultraviolet, optik.

Akan tetapi, pada umumnya, sinyal tidak datang sendirian. Ada sinyal lain yang lebih unik yang disebut dengan derau (*noise*). Berkebalikan dari sinyal biasa, derau merupakan data atau informasi yang tidak diharapkan hadir. Keberadaan derau akan mengganggu kualitas data, bahkan hingga menutupi sinyal asli yang diharapkan.

Faktor dari munculnya derau pada citra dapat diklasifikasikan menjadi dua, yaitu faktor intrinsik dan faktor ekstrinsik. Faktor intrinsik datang dari objek astronomi itu sendiri. Faktor ini merupakan sifat alamiah dari cahaya (foton) yang terjadi akibat sifat diskritnya. Oleh karena sifatnya yang alamiah, cukup sulit untuk membedakan derau ini dari sinyal aslinya. Selain itu,

Faktor lainnya adalah faktor ekstrinsik yang umumnya berasal dari kekurangan instrumen atau perangkat yang digunakan dalam pengamatan. Secara umum, penyebab dari faktor ekstrinsik ini berasal dari fluktuasi acak ketika proses konversi dari sinyal analog ke sinyal digital. Selain itu, faktor ekstrinsik derau juga dapat berasal dari perubahan termal pada material konduktif pada instrumen yang dapat mempengaruhi kerja detektor dalam menangkap sinyal. Kedua faktor tadi sangat bergantung pada instrumen yang digunakan. Untungnya, kedua faktor tersebut memiliki pola distribusi yang khas, yaitu distribusi gauss [1]. Oleh karena itu, dapat dilakukan pemodelan terhadap derau tersebut.

B. Metrik Peak Signal To Noise Ratio (PSNR)

Peak Signal to Noise Ratio (PSNR) merupakan suatu metrik yang dapat mengukur kualitas rekonstruksi suatu data citra. [2]Metrik ini membandingkan antara gambar asli (tanpa derau) dengan gambar yang telah direkonstruksi. PSNR yang tinggi menunjukkan kualitas hasil rekonstruksi yang baik, sementara PSNR yang rendah menunjukkan kualitas hasil rekonstruksi yang kurang baik. Secara matematis, PSNR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$PSNR = 10 \cdot log\left(\frac{MAX^2}{MSE}\right)$$

dimana:
MAX = Nilai maksimum intensitas piksel dalam
MSE (Mean Squared Error) = Galat rata-rata kuadrat antara gambar asli (I) dan gambar hasil (K).
Nilai MSE sendiri dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{m \cdot n}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}[I(i,j) - K(i,j)]^2$$

dimana:
$I(i,j)$ = Intensitas piksel asli pada posisi (i,j).
$K(i,j)$ = Intensitas piksel hasil pada posisi (i,j).
$m\ x\ n$ = Dimensi gambar (jumlah piksel).

C. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Nilai Eigen dari suatu matriks persegi A atau bisa disimbolkan dengan lambda merupakan suatu nilai skalar yang apabila dikalikan dengan suatu vektor **x** akan menghasilkan matriks yang sama dengan hasil transformasi matriks A dengan vektor **x**. Vektor **x** ini pula biasa disebut dengan vektor eigen. Secara matematis, persamaan nilai eigen dan vektor eigen dapat ditulis sebagai berikut

$$A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}$$

Secara geometris, vektor eigen dapat diinterpretasikan sebagai sebuah vektor yang arah transformasinya tetap sama. Artinya, jika **x** dadalah vektor eigen dari A, maka dnilai A**x** tetap berada pada garis lurus yang sama dengan **x**. Dengan kata lain, A**x** merupakan kelipatan dari **x**. Kelipatan inilah yang merupakan interpretasi geometris dari nilai eigen. Apabila nilai eigen lebih dari satu, artinya vektor eigen memanjang setelah transformasi. Apabila nilai eigen kurang dari satu, artinya vektor eigen memendek setelah transformasi. Sedangkan jika nilai eigen persis satu, artinya vektor eigen tetap (tidak memanjang dan tidak memendek).

Untuk mencari nilai eigen, dapat ditemukan melalui persamaan karakteristik yang penurunannya adalah sebagai berikut [3]:

$$A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}\ (1)$$

Kalikan kedua ruas dengan matriks identitas:

$$IA\boldsymbol{x} = I\lambda\boldsymbol{x}\ (2)$$

Matriks identitas apabila dikalikan dengan matriks A akan menghasilkan matriks A:

$$A\boldsymbol{x} = \lambda I\boldsymbol{x}\ (3)$$

Kurangi kedua persamaan dengan ekspresi $\lambda I\boldsymbol{x}$**,** lalu kalikan dengan -1:

$$\lambda I\boldsymbol{x} - A\boldsymbol{x} = 0\ (4)$$

Faktorkan vektor **x**:

$$(\lambda I - A)\,\boldsymbol{x} = 0\ (5)$$

Sehingga solusi trivial dari persamaan tersebut adalah:

$$\boldsymbol{x} = 0$$

Adapun solusi non-trivial bisa didapatkan melalui:

$$det(\lambda I - A) = 0$$

Solusi dari persamaan tersebut adalah nilai eigen. Kemudian, untuk mendapatkan vektor eigen, masing-masing nilai eigen dapat disubstitusiikan lagi ke persamaan 5. Dengan menggunakan metode eliminisai gauss atau gauss-jordan, ditemukanlah vektor eigen **x**.

D. Dekomposisi Nilai Singular

Dekomposisi merupakan suatu teknik untuk memecah atau memfaktorkan suatu matriks menjadi beberapa bagian. Salah satu teknik yang dapat digunakan adalah metode dekomposisi nilai singular atau dikenal juga dengan *singular value decomposition* (SVD).

Dekomposisi nilai singular terhadap matriks A dinyatakan secara matematis dengan:

$$A = U\Sigma V^T$$

dimana:
U = matriks ortogonal $m\ x\ m$
V = matriks ortogonal $n\ x\ n$
Σ = matriks $m\ x\ n$ yang diagonal utamanyanya berisi nilai-nilai singular dari matriks A.

Langkah-langkah untuk melakukan dekomposisi nilai singular adalah sebagai berikut [4]:

1. Hitung nilai-nilai eigen dari AA^T untuk menemukan vektor singular kiri
2. Dari nilai-nilai eigen yang telah ditemukan, tentukan vektor-vektor eigen yang berasosiasi sehingga menjadi vektor-vektor eigen u1,u2, …, um. Setelah itu, lakukan normalisasi pada tiap vektor-vektor eigen tersebut. Susun vektor-vektor tersebut sebagai kolom sehingga menjadi matriks U.
3. Hitung nilai-nilai eigen dari A^TA untuk menemukan vektor singular kanan, lalu tentukan nilai-nilai singularnya dimana nilai singular adalah akar dari nilai eigen.
4. Dari nilai-nilai eigen yang telah ditemukan, tentukan vektor-vektor eigen yang berasosiasi sehingga menjadi vektor-vektor eigen v1,v2, …, vn. Setelah itu, lakukan normalisasi pada tiap vektor-vektor eigen tersebut. Susun vektor-vektor tersebut sebagai kolom sehingga diperoleh matriks V. Transpose-kan matriks V sehingga menjadi V^T.
5. Bentuklah sebuah matriks berukuran m x n. Isi elemen-elemen diagonalnya dengan nilai-nilai singular tidak nol dari matriks A dan susunlah dari besar ke kecil. Matriks ini akan menjadi matriks Σ. Nilai singular di dalam Σ adalah akar pangkat dua dari nilai-nilai eigen yang tidak nol dari A^TA.

6. Maka, ditemukanlah A = U Σ V^T

III. IMPLEMENTASI DAN PEMBAHASAN

A. Persiapan Data Uji

Berdasarkan dasar teori yang telah disajikan di atas, ada jenis derau khusus yang berasal dari kesalahan acak atau agitasi termal pada instrumen. Derau ini memiliki pola yang khas, yaitu distribusi gaussian—disebut juga derau gaussian. Oleh karena itu, data yang digunakan untuk melaksanakan implementasi dapat dimodelkan. Pada eksperimen kali ini, saya mengambil citra dari nebula kepiting (M1) yang telah bebas dari derau pada sumber berikut [5]. Gambar yang bebas dari derau ini akan menjadi acuan untuk pengukuran metrik *Peak to Signal Ratio* (PSNR) nantinya.

Semua gambar yang ada harus dinormalisasi terlebih dahulu dari nilai 0 hingga 1, berikut implementasinya:

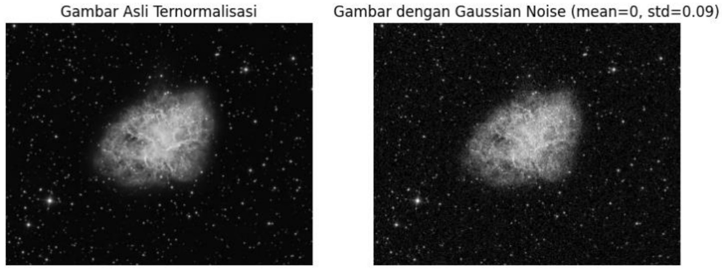
```
# Membaca gambar
image_origin =
img_as_float(io.imread('image.jpg',
as_gray=True))

# Normalisasi gambar
image_origin = (image_origin -
np.min(image_origin)) /
(np.max(image_origin) -
np.min(image_origin))
```

Kemudian, karena derau memiliki distribusi gaussian, gambar asli tersebut dapat ditambahkan derau dengan memberikan nilai acak yang berasal dari distribusi gauss

```
def  add_gaussian_noise(image,  mean=0,
std_dev=0.1):
        noise  =  np.random.normal(mean,
std_dev, image.shape)

      noisy_image = image + noise

      noisy_image = np.clip(noisy_image,
0, 1)

      return noisy_image
```

Hasilnya adalah gambar yang sudah diberikan derau. Kemudian, data ini siap untuk direduksi deraunya menggunakan algoritma dekomposisi nilai singular. Hasilnya sebagai berikut:

Gambar 1. Perbandingan gambar asli dan gambar yang



telah diberi derau

B. Implementasi Teknik Dekomposisi Nilai Singular

Berikut merupakan implementasi dari dekomposisi nilai singular. Pertama-tama, menghitung nilai eigen dan vektor eigen untuk matriks A^TA:

```
def svd(A):
   AtA = np.dot(A.T, A)

   eigenvalues_v, eigenvectors_v =
np.linalg.eigh(AtA)
```

kemudian, menghitung nilai singular yang merupakan akar dari nilai eigen:

```
singular_values =
np.sqrt(np.abs(eigenvalues_v))
```

lalu, mengurutkan singular values dari besar ke kecil:

```
sorted_indices =
np.argsort(singular_values)[::-1]

singular_values =
singular_values[sorted_indices]

V = eigenvectors_v[:, sorted_indices]
```

Selanjutnya, lakukan normalisasi terhadap V, dan bentuklah Vt (matriks kanan) dari V:

```
for i in range(V.shape[1]):
   V[:, i] /= np.linalg.norm(V[:, i])
Vt = V.T
```

Setelahnya, lakukan hal yang serupa untuk matriks AA^T, lalu kembalikan nilai berupa tiga matriks hasil dekomposisi:

```
AAt = np.dot(A, A.T)

eigenvalues_u, eigenvectors_u =
np.linalg.eigh(AAt)

U =
eigenvectors_u[:,np.argsort(eigenvalue
s_u)[::-1]]
```

```
for i in range(U.shape[1]):
   U[:, i] /= np.linalg.norm(U[:, i])

return U, singular_values, Vt
```

C. Implementasi Reduksi Derau

Selanjutnya, implementasi reduksi derau cukup sederhana, yaitu terletak pada kenyataan bahwa informasi tentang derau biasanya terletak pada matriks Σ dengan nilai singular yang kecil (di bawah *threshold* tertentu). Berikut merupakan implementasinya. Pertama-tama, terapkan dekomposisi nilai singular pada seluruh gambar:

```
  def reduce_noise_svd(image,
threshold):
      U, S, Vt = svd(image)
```

Kemudian, terapkan *threshold* pada nilai singular. Nilai yang diambil hanyalah nilai yang lebih dari *threshold*

```
significant_indices = np.where(S >
threshold)[0]
```

berikut adalah nilai singular yang dipertahankan:

```
S_reduced = S[significant_indices]
```

lalu matriks kiri yang bersesuaian

```
U_reduced = U[:, significant_indices]
```

dan matriks kanan yang bersesuaian

```
Vt_reduced = Vt[significant_indices,
```

Selanjutnya, lakukan rekonstruksi gambar menggunakan nilai singular yang telah diambil

```
denoised_image = np.dot(U_reduced,
np.dot(np.diag(S_reduced),
Vt_reduced))

return denoised_image
```

D. Pencarian Threshold Optimum

Nilai singular yang masih bisa dianggap sebagai sinyal biasa sangat bergantung pada citra yang ada pula. Oleh karena itu, nilai *threshold* atau ambang batas nilai singular terkecil harus disesuaikan dengan citra dan dicari nilai paling optimumnya untuk citra tertentu. Metode yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut:

```
U, S, Vt = svd(image)
threshold = find_optimal_threshold(S,
energy_ratio=0.95)
```

fungsi find_optimal_threshold bekerja dengan cara sebagai berikut

```
def find_optimal_threshold(S,
energy_ratio=0.9):

   total_energy = np.sum(S)

   cumulative_energy = np.cumsum(S) /
total_energy

   optimal_index =
np.where(cumulative_energy >=
energy_ratio)[0][0]

    return S[optimal_index]
```

dimana matriks nilai singular (S) dapat diangggap merepresentasikan energi atau luminositas dari suatu objek astronomi. Kemudian, energi kumulatif dihitung sebagai representasi dari kontribusi k nilai singular pertama terhadap total energi. Di tahap yang terakhir, dicari indeks nilai singular terkecil yang menghasilkan energi kumulatif lebih besar sama dengan rasio energi yang telah ditentukan. Nilai pada matriks singular yang bersesuaian dengan indeks inilah yang akan menjadi *threshold* atau ambang batas nilai singular.

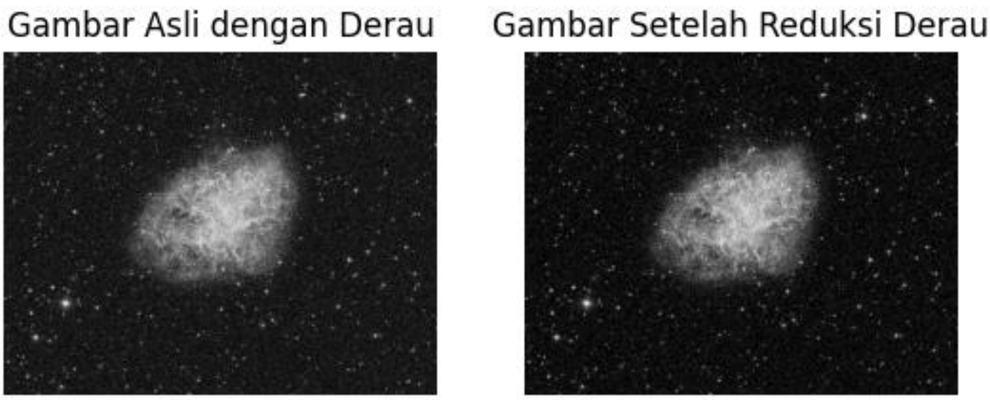
Dari fungsi tersebut, didapatkan *threshold* optimum untuk gambar nebula kepiting adalah:

```
Optimal threshold is 0.7571470258093577
```

E. Evaluasi

Dari eksekusi keseluruhan program, didapatkan perbandingan citra sebelum dilakukan reduksi derau dan setelahnya. Secara visual, hasilnya dapat dilihat pada gambar berikut:

```
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.subplot(1, 3, 1)
plt.title("Gambar Asli dengan Derau")
plt.imshow(image, cmap='gray')
plt.axis('off')

plt.subplot(1, 3, 2)
plt.title("Gambar Setelah Reduksi
Derau")
plt.imshow(image_denoised,
cmap='gray')
plt.axis('off')

plt.show()
```



Gambar 2. Perbandingan gambar asli dengan derau dan setelah reduksi derau

Dari gambar di atas, terlihat cukup jelas perbedaan antara gambar asli dengan derau, dengan gambar setelah dilakukan reduksi derau. Secara visual, cukup jelas bahwa gambar di sebelah kanan lebih hitam dibandingkan dengan gambar sebelah kiri. Ini dapat terjadi karena derau (berupa bintik warna putih) telah sebagian dieliminasi. Oleh karena itu, gambar nebula kepiting juga terlihat lebih jelas.

Selain itu, evaluasi dilakukan juga secara kuantitatif melalui metrik *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR) menggunakan pustaka skimage.metrics

```
from skimage.metrics import
peak_signal_noise_ratio as psnr

psnr_value_sebelum =
psnr(image_origin, image)

psnr_value_sesudah =
psnr(image_origin, image_denoised)

print(f"PSNR sebelum reduksi derau:
{psnr_value_sebelum}")
print(f"PSNR setelah reduksi derau:
{psnr_value_sesudah}")
```

dari hasil eksekusi program di atas, didapatkan perbandingan nilai PSNR sebelum dan sesudah dilakukan adalah:

```
PSNR sebelum reduksi derau:
22.807779459060864
PSNR setelah reduksi derau:
22.873400117727797
```

artinya, secara kuantitatif, terdapat kenaikan sekitar 0,2% dari PSNR sebelum dilakukan reduksi derau.

IV. KESIMPULAN

Penelitian yang telah dilakukan menunjukkan adanya keberhasilan reduksi derau menggunakan teknik dekomposisi nilai singular. Secara visual, cukup terlihat perbedaan antara gambar asli (dengan derau) dan gambar setelah dilakukan reduksi derau.

Akan tetapi, secara kuantitatif, kenaikan metrik PSNR hanyalah 0,2%. Hasil tersebut menunjukkan peningkatan yang masih kurang signifikan secara kuantitatif. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa penerapan reduksi derau pada eksperimen ini berhasil, tetapi masih dapat dilakukan pengembangan.

V. SARAN PENGEMBANGAN

Secara kuantitatif, peningkatan metrik PSNR masih belum optimum. Kekurangan ini dapat dihipotesiskan berasal dari kemampuan teknik dekomposisi nilai singular yang diterapkan secara global pada seluruh matriks. Oleh karena itu, kemungkinan teknik ini tidak dapat secara optimum menjangkau variasi-variasi lokal pada piksel matriks.

Saran pengembangan yang dapat diusulkan adalah memecah-mecah matriks gambar menjadi grid yang lebih kecil, lalu terapkan dekomposisi nilai singular pada grid-grid tersebut. Diharapkan penerapan ini akan membuat *threshold* atau ambang batas nilai singular menjadi lebih spesifik di setiap gridnya karena penghitungan *threshold* tersebut didasarkan pada keseluruhan nilai singular yang ada.

VI. PENUTUP

Terima kasih penulis ucapkan kepada seluruh *civitas academica* yang telah menyelenggarakan perkuliahan Aljabar Linear dan Geometri angkatan tahun 2024/2025 Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung. Khususnya kepada dosen, Bapak Rinaldi Munir dan juga seluruh asisten laboratorium Inovasi dan Rekayasa Komputasi (IRK).

Penulis menyadari masih terdapat banyak kekurangan dalam penelitian ini. Oleh karena itu, penelitian ini sangat terbuka untuk segala macam kritik dan saran yang membangun. Penulis juga terbuka atas segala niatan untuk berkolaborasi dalam mengembangkan penelitian ini.

REFERENCES

[1] W. D. Pence, R. L. White, and A. S. Greenfield, "Lossless Astronomical Image Compression and the Effects of Noise," *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 121, no. 877, pp. 441–458, 2009, doi: 10.1086/599023.

[2] N. Ponomarenko, F. Battisti, K. Egiazarian, J. Astola, dan V. Lukin, "Image Quality Metrics: PSNR vs. SSIM," *Proceedings of the 2010 International Conference on Pattern Recognition*, 2010, doi: 10.1109/ICPR.2010.579.

[3] Munir, Rinaldi. (2024), “Nilai Eigen dan Vektor Eigen (Bagian 1)”. [Diakses pada: Jan. 2, 2025, 21:00].

[4] Munir, Rinaldi. (2024), “Singular Value Decomposition (Bagian 2)”. [Diakses pada: Jan. 2, 2025, 21:10].

[5] "Nebula Kepiting," *Info Astronomy*, Apr. 2016. [Online]. Available: https://www.infoastronomy.org/2016/04/nebula-kepiting.html. [Diakses pada: Jan. 2, 2025, 21:27].

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Januari 2025

Guntara Hambali (13523114)